Говоря ниже о шахматной доске M×N, мы всегда будем предполагать, что на доске введена прямоугольная система координат, то есть каждой клетке доски естественным образом сопоставлена пара чисел (m, n), причем m ≤≤ M 1,1 ≤ n ≤ N . Пусть K – произвольное множество упорядоченных пар целых чисел, то есть . Под квазишахматной фигурой, соответствующей множеству , будем называть такую фигуру, которая, стоя на клетке (m, n) шахматной доски размером M×N, бьет те и только те клетки этой доски, координаты (x, y) которых обладают свойством: 2 ⊆ ZK 2 ⊆ ZK (x −− nym ), ∈ K . Так, например, - для обычного шахматного слона соответствующим является множество }:),{( 2 c =∈= yxZyxK , - для обычной шахматной ладьи – множество }0:),{( , 2 л xyZyxK =∈= - для обычного шахматного короля – множество }1},max{:),{( 2 к ∈= yxZyxK ≤ . 2 Будем называть радиусом действия квазишахматной фигуры, соответствующей множеству K, натуральное число = ( ,max yxR ), если (x, y) ∈ K, при условии, что указанный максимум существует; в противном случае будем говорить, что квазишахматная фигура обладает бесконечным радиусом действия и писать R = ∞ . Так, радиус действия шахматного короля равен 1, шахматного коня – 2, шахматной ладьи – ∞. Назовем квазишахматную фигуру, соответствующую множеству К, центрально симметричной, если (x, y) ∈K в том и только том случае, когда (–x, –y) ∈K. Назовем квазишахматную фигуру, соответствующую множеству К, осесимметричной, если множество K обладает одним из двух следующих свойств: а) (x, y) ∈K в том и только том случае, когда (x, –y) ∈K; б) (x, y) ∈K в том и только том случае, когда (–x, y) ∈K. При решении следующих задач можно рассматривать сначала обычные шахматные фигуры (ладьи, королей, слонов, коней и так далее), затем – фигуры определенного класса (симметричные, либо фигуры некоего ограниченного радиуса действия). Кроме того, представляет интерес рассмотрение таких фигур: Гиперкороль. На каждом ходу может сделать S шагов обычного шахматного короля, где S – некоторое натуральное число. Множество K, соответствующее гиперкоролю, содержит все пары целых чисел (x, y)таких, что max(| x y |)||, ≤ S . Императрица. Объединяет ходы ладьи и коня. Магараджа. Объединяет ходы ферзя и коня. Гиперладья. Объединяет ходы обычной ладьи и гиперкороля. Игра 1. Двое ставят фигуры одного цвета так, чтобы они не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Игра 2. Двое ставят фигуры каждый своего цвета. После первого хода разрешается ставить фигуры только под бой фигур своего цвета, но не под бой противоположного. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Игра 3. Двое ставят фигуры каждый своего цвета. После первого хода разрешается ставить фигуры только под бой фигур противника, но не под бой своих. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Исследуйте следующие задания для игр 1-3. Во всех пунктах под словом «опишите» понимается представление победной стратегии для каждой конкретной фигуры и ее обоснование (или для некоторой совокупности фигур, если эти стратегии в каком-то смысле эквивалентны – покажите в каком).

0) Для доски 9×9 опишите все шахматные фигуры (кроме пешек), при которых выигрывает 1-й игрок. Для доски 8×8 опишите все шахматные фигуры (кроме пешек), при которых выигрывает 2-й игрок.

1) Опишите как можно больший класс квазишахматных фигур, для которых существуют такие m0 и n0, что для любых m > m0 и n > n0 на досках (2m + 1)×(2n + 1) всегда побеждает первый игрок.

2) Опишите как можно больший класс квазишахматных фигур, для которых существуют такие m0 и n0, что для любых m > m0 и n > n0 на досках 2m×n всегда побеждает второй игрок. 3

3) Опишите как можно больший класс квазишахматных фигур, для которых существуют такие m0 и n0, что для любых m > m0 и n > n0 на досках 2m×n всегда побеждает второй игрок, а на досках (2m + 1)×(2n + 1) всегда побеждает первый игрок.

4) Опишите как можно больший класс квазишахматных фигур, для которых существуют такие m0 и n0, что для любых m > m0 и n > n0 на досках m×n всегда побеждает второй (первый) игрок.

5) Предложите свои направления исследования в этой задаче и изучите их.