**Исходная задача: A.** Имеется кусок металла весом 13 килограмм. Необходимо разделить его на 3 гири с целыми весами так, чтобы с помощью них и чашечных весов можно было взвесить любой целочисленный груз от 1 кг до 13 кг. (Гири можно класть как на одну чашу весов, так и на обе одновременно).

**B.** Имеется кусок металла весом 40 килограмм. Аналогично пункту **А** необходимо разделить его на 4 гири так, чтобы с помощью них и чашечных весов можно было взвесить любой груз от 1 кг до 40 кг. (Гири можно класть как на одну чашу весов, так и на обе одновременно).

**I.** Пусть имеется кусок металла весом *m* килограмм. Через *M*(*m*1, …, *mr*) обозначим множество различных целых весов, которые можно взвесить на чашечных весах, используя набор гирь, массы которых равны , *m = m1*+ ... + *mr*, при условии, что гири можно класть только на одну чашу весов одновременно. *Мощностью* множества *M*(*m*1, …, *mr*) будем называть количество его элементов и обозначать, как |*M*(*m*1, …, *mr*)|.

Например: *M*(1, 1) = {1, 2}, | *M*(1, 1)| = 2; *M*(4, 1) = {1, 4, 5}, | *M*(4, 1)| = 3.

**1.** Укажите, при каких значениях *m*1, …, *mr* выполняется соотношение|*M*(*m*1, …, *mr*)| = *m*.

**2.** Оцените величину |*M*(*m*1, …, *mr*)| сверху и снизу при фиксированном *r* и укажите, при каких значениях *m*1, …, *mr* данные оценки достигаются.

**3.** При фиксированном *m* оцените величину |*M*(*m*1, …, *mr*)| сверху. Укажите минимальное значение *r,* при котором данная оценка достигается. Укажите все значения *r*, при которых данная оценка достигается.

**4.** Оцените величину |*M*(*m*1, …, *mr*)| сверху и снизу при фиксированных *m* и *r* и укажите, при каких значениях *m1*, …, *mr* данные оценки достигаются.

**5.** Укажите все возможные значения |*M*(*m*1, …, *mr*)| при фиксированных *m* и *r*.

**II.** Рассмотрите вопросы пункта **I** в случае, если гири можно класть на обе чаши весов одновременно.

**III.** Пусть имеется кусок металла весом *m* килограмм и трёхчашечные весы специального вида (см. первый рисунок). Взвешиваемый груз помещается на чашу с номером 1. Если весы находятся в равновесии, то суммарный вес, помещенный на чаши 2 и 3, равен весу, помещенному на чашу с номером 1. При этом любой вес, помещенный на чашу с номером 1 или 2, умножается на 1, а любой вес, помещенный на чашу с номером 3, умножается на 2. Исследуйте вопросы, аналогичные вопросам пункта **I,** если гири можно класть на любую из трех чаш, и в случае, если гири можно класть только на чаши с номерами 2 и 3.

**IV.** Пусть имеется кусок металла весом *m* килограмм и *t*-чашечные весы специального вида (см. второй рисунок). Взвешиваемый груз помещается на чашу с номером 1. Если весы находятся в равновесии, то суммарный вес, помещенный на чаши с номерами 2, ...., *t*, равен весу, помещенному на чашу с номером 1. При этом любой вес, помещенный на чашу с номером 1 или 2 умножается на 1, любой вес, помещенный на чашу с номером 3, умножается на 2, любой вес, помещенный на чашу с номером 4, умножается на 3 и т.д. Исследуйте вопросы, аналогичные вопросам пункта **I**, если гири можно класть на любую из *t* чаш, и в случае, если гири можно класть только на чаши с номерами 2, ..., *t*.

**V.** Предложите свои обобщения и направления исследования этой задачи и изучите их.