0) Найдите все действительные числа *a*, для которых справедливо утверждение: если *x* – произвольное действительное число, то, по крайней мере, одно из чисел *x* или *f*(*x*) не превосходят числа *a*. Здесь рассмотрите: а) , при условии, что *x* ≠ 0; б) , где *k* и *b* – произвольные действительные параметры, а *х* ∈ ***R***; в) , где *k* и *b* – произвольные действительные параметры и *x* ≠ *k*; г)  – произвольная непрерывная функция и необходимо выяснить, при каких условиях такое *a* найдется, а при каких его не существует.

1) Найдите все действительные числа *a*, для которых справедливо утверждение: если *x* и *y* – произвольные ненулевые действительные числа, то, по крайней мере, одно из чисел *x*, *y* или *f*(*x*, *y*) не превосходят числа *a*. Здесь , а *m* и *n* – произвольные действительные параметры. Рассмотрите сначала функции , , , , а затем исследуйте задачу в общем случае и найдите значения *a* в зависимости от *m* и *n*.

2) Ответьте на вопрос пункта 1), если , где *m* – произвольное действительное число. Решите сначала задачу для *m* = 1, *m* = 2, *m* = 64,
*m* = –1, а затем найдите значения *a* в зависимости от *m*.

3) Ответьте на вопрос пункта 1), если , где *m*, *n*, *k* и *s* – произвольные действительные числа, которые выступают в роли параметров. При этом *x* и *y* – произвольные действительные числа такие, что *x* ≠ *k* и *y* ≠ *s*.

4) Решить задачу для других функций *f*(*x*, *y*). Например,  или .

5) Исследуйте в общем случае: при каких условиях на функцию *f*(*x*, *y*), задача разрешима.

6) Предложите свои обобщения или направления исследования в этой задаче и изучите их.

0)а)$f\left(x\right)=\frac{1}{x}, x\ne 0$

Ответ: $a\in [1;+\infty ]$.

б) $f\left(x\right)=kx+b$

Ответ:если $k>0$, то не существует $a$, удовлетворяющего условию;

 если $k\leq 0$, то $a∊[\frac{b}{1-k};+\infty ]$.

в) $f\left(x\right)=\frac{1}{x-k}+b$, $x\ne k$

Ответ: $a∊[\frac{k+b+\sqrt{(k-b)^{2}+4}}{2}$;+∞].

г) $f\left(x\right)$ – произвольная непрерывная функция.

Ответ: $a$существует при отсутствии промежутка невозростания вида $[a\_{0};+\infty )$, где $a\_{0}$ – действительное число.

1. а) $f\left(x,y\right)=\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$

a[1; +∞]

